

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
EVALUACIÓN GLOBAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Trimestre: 13I.-. Fecha: 08-04-13.-. Horario: 15:00-18:00 hr.-. Grupo:_____

ALUMNO:_____ Matrícula:_____

NOTA: La Evaluación GLOBAL consta de los ejercicios marcados al inicio con un (●N%). Todos las respuestas necesitan desarrollo o justificación.

PRIMERA PARTE

Resolver las ecuaciones diferenciales ordinarias siguientes:

(1) (●10%) $(1+x)^2 y' + xy = 4-y$; con $y(0) = -3$

(2) (●10%) $x \frac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2 - y^2}$

(3) (●10%) $(4x^2 + 3 \cos y) dx - x \sin y dy = 0$

(4) $(xy + x) y' + xy^3 \sec^2 x + xy^2 \sec^2 x = 0$

Resolver el siguiente problema.

5. (●10%) Un tanque de gran capacidad contiene inicialmente 100 litros de una solución salina que tiene 10 gramos de sal por cada litro. Se bombea agua pura hacia el tanque a razón de 2 litros por segundo y la solución, uniformemente mezclada, sale del tanque a razón de 1 litro por segundo. Obtener la cantidad de sal que hay en el tanque al cabo de t segundos.

SEGUNDA PARTE

1. (●15%) Aplicando variación de parámetros, resolver la ecuación diferencial

$$y'' - 16y' + 64y = \frac{e^{8x}}{x^2 + 1}$$

2. (●15%) Aplicando coeficientes indeterminados, resolver la ecuación diferencial

$$y'' + y' - 6y = xe^{2x}$$

3. (●10%) Obtener la solución general de la ecuación diferencial $x^2 y'' - xy' + y = 0$, considerando que $y_1 = x$ es una solución de ella.

4. Obtener la solución del problema

$$y'' + 9y = (39x - 40)e^{2x} ; y(0) = -1 , y'(0) = 1 ,$$

considerando que $y_p(x) = (3x - 4)e^{2x}$ es una solución particular de la **edo** no-homogénea.

TERCERA PARTE

1. (●20%) Un cuerpo que pesa 16 libras se sujeta al extremo libre de un resorte colocado verticalmente y cuya constante es $k = 8$ lb/ft. El cuerpo se pone en movimiento $\frac{1}{2}$ ft bajo la posición de equilibrio con una velocidad inicial dirigida hacia arriba de 10 ft/seg. Considerando ausencia de fuerzas de amortiguamiento,
 - (a) Calcular la posición $x(t)$ de la masa m en la forma $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ y determinar la amplitud, el ángulo de fase, el periodo y la frecuencia del movimiento resultante.
 - (b) Obtener los instantes en que el cuerpo pasa por la posición de equilibrio.
2. Un cuerpo de 4 libras de peso se sujeta al extremo libre de un resorte colocado verticalmente y cuya constante es $k = 2$ lb/ft. Si el cuerpo se suelta desde un punto que está 1 ft sobre la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia abajo de 8 ft/seg, y el medio ofrece una resistencia al movimiento numéricamente igual a la velocidad instantánea del cuerpo,
 - (a) Calcular la posición instantánea $x(t)$ del cuerpo y decir que tipo de movimiento amortiguado resulta.
 - (b) Obtener el desplazamiento extremo del cuerpo.

Firma: _____