

EXAMEN GLOBAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES**TRIMESTRE: 12-I TURNO: MATUTINO HORARIO: 10:00 hrs.**

NOTA: *El examen global consiste de los ejercicios marcados con *. Si presenta sólo una parte, el examen comprende todos los ejercicios de esa parte. Todos los ejercicios deben mostrar el procedimiento.*

Nombre _____ Matrícula _____

PRIMERA PARTE

1. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales.

a)*(10%) $x(2x^2 - y^2)dx - x^3 dy = 0$

b)*(10%) $(x\sqrt{xy} - y)dx = xdy$

c)*(10%)
 $(4y^2 + x^2 y^2)dx + (x + xy^2)dy = 0$

d)

$$(xe^y - x^2 y)dx - \left(\frac{x^2}{2} e^y + \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3} x^3 y \right) dy = 0$$

2.*(15%) Una solución salina entra a razón constante de 5 litros/minuto en un tanque de capacidad 700 litros que en un principio contenía 100 litros de agua y se habían disuelto 50 kg de sal. La solución dentro del tanque se mantiene bien revuelta y sale del tanque a razón de 3 litros/minuto. Si la concentración de sal en la solución que entra al tanque es de 0.2 kg/litro, determine la cantidad de sal en el instante en que el tanque tenga 600 litros.

SEGUNDA PARTE

1. Calcule la solución general de la ecuación diferencial

$$xy'' + (1 - 2x)y' + (x - 1)y = 0, \quad x > 0;$$

$y_1 = e^x$, donde y_1 es solución de la ecuación diferencial homogénea.

2.*(15%) Usando el método de coeficientes indeterminados, calcule la solución general de la siguiente ecuación diferencial.

$$2y'' + 5y' + 3y = 3e^{-x} + 2\cos x.$$

3.*(15%) Calcule la solución general de la ecuación diferencial.

$$y'' + 4y' + 5y = e^{-2x} \sec x.$$

TERCERA PARTE

1.*(10%) Un sistema masa-resorte con masa 3 slugs y constante del resorte de 12 lb/pie. El sistema se pone en movimiento desde 5 pies abajo de la posición de equilibrio y se le proporciona una velocidad hacia arriba de 8 pie/s.

Determine el instante en que la masa pasa por la posición de equilibrio por tercera vez en dirección hacia abajo.

2. Una masa que pesa 100 lb está sujeta al extremo de un resorte que se ha estirado 1 pulgada. Una fuerza externa $F_0 \cos(\omega t)$ actúa sobre la masa. ¿A qué frecuencia ocurrirán las oscilaciones de resonancia? Haga caso omiso del amortiguamiento.

3. *(15%) Una masa de 1 kg se sujeta a un resorte cuya constante es de 16 N/m; y el sistema completo se sumerge en un líquido que comunica una fuerza de amortiguación numéricamente igual a 10 veces la velocidad instantánea. El peso se suelta desde un punto que está 1 m debajo de la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia arriba de 12 m/s.

(a) Determina el instante en que el peso pasa por la posición de equilibrio.

(b) Determine la velocidad del instante que se encontró en (a).