

EXAMEN GLOBAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES**TRIMESTRE: 10-P TURNO: VESPERTINO HORARIO: 16:00-19:00 hrs.**

NOTA: El examen global consiste de los ejercicios marcados con *. Si presenta sólo una parte, el examen comprende todos los ejercicios de esa parte. Todos los ejercicios deben mostrar el procedimiento.

PRIMERA PARTE

1. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales.

a)*(10%) $(y^2 + xy^2)y' + x^2 - yx^2 = 0$

b)*(15%) $3x \frac{dy}{dx} + 4y = \sqrt{\frac{x}{y}}, x > 0$

c) $e^x dx + (e^x \cot y + 2y \csc y) dy = 0$

2.*(15%) Un depósito contiene 100 galones de salmuera en la que hay disueltas 40 libras de sal. Se desea reducir la cantidad de sal hasta 10 libras, y para ello se vierte en el depósito salmuera con una concentración de 0.1 libras por galón y a una razón de 5 galones por minuto y permitiendo que salga la salmuera a la misma razón, mientras se mantiene uniforme la mezcla removiéndola. ¿Cuánto tiempo tardará en conseguirse dicho propósito?

SEGUNDA PARTE

1.*(20%) Usando el método de coeficientes indeterminados, calcule la solución general de la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' + y' = 2xe^{-x} - 3 \cos x$$

2.*(15%) Calcule la solución general de la ecuación diferencial.

$$y'' + y = \tan x$$

3. Considere la ecuación diferencial no homogénea

$$(\cos^2 x)xy'' - (\sin x \cos x)y' - y = \sin x$$

Se sabe que $y_1 = \sec x$ es solución de la ecuación diferencial homogénea

correspondiente, en $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.

(a) Usando un método adecuado compruebe que una segunda solución para la ecuación homogénea es $y_2 = \tan x$.

(b) Usando la información de (a) determine una solución particular de la ecuación no homogénea.

TERCERA PARTE

1. *(15%) Un resorte es estirado 6 pulgadas por una masa que pesa 4 lb. Al tiempo $t=0$ la masa es puesta en movimiento desde un pie debajo de la posición de equilibrio con una velocidad inicial de 2 pies/s, dirigida hacia arriba.

¿Determine el instante en el cual la masa está 1.5 pulgadas abajo de la posición de equilibrio por tercera vez y moviéndose en dirección hacia abajo?

3. Una lavadora en la que la ropa se carga enfrente está montada sobre un grueso cojinete de caucho que actúa como un resorte; el peso de la máquina (110 lb) deprime el cojinete $\frac{1}{4}$ de pulgada. Cuando el rotor gira a ω radianes por segundo ejerce una fuerza vertical de $F_0 \cos \omega t$ libras sobre la máquina. ¿Para qué ω ocurrirán vibraciones de resonancia? Haga caso omiso del amortiguamiento.

4. *(10%) Una masa de 1 slug sujeta a un resorte oscila en forma subamortiguada con un cuasiperiodo de $\frac{\pi}{4}$ segundos. Si la constante del resorte es de 25 lb/pie, hallar la constante de amortiguación β .