

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA – AZCAPOTZALCO

División de Ciencias Básicas e Ingeniería

Departamento de Ciencias Básicas

Trim: 10-O

HORA 15:00 – 18:00

EDG10OHV

ECUACIONES DIFERENCIALES

**NOTA:** El examen global consiste de las preguntas marcadas con \*. Si presentas una parte, el examen comprende todos los ejercicios de esa parte.

**Primera parte**

I.1. Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales

I.1.1\*(10%) 
$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{t}y = 3\cos 2t; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$$

I.1.2\* (15%) 
$$3t^2 - y^2 \operatorname{Sen} t + (2y\operatorname{Cos} t + \operatorname{Cos} y)\frac{dy}{dt} = 0$$

I.1.3 
$$x \frac{dy}{dt} - 2y = y^2 \ln x; y(1) = 1$$

I.2\* (15%) Un cuerpo que pesa 64 libras se suelta desde una altura de 100 pies con una velocidad inicial de 10 pies/seg. Suponga que la resistencia del aire es proporcional a la velocidad del cuerpo: Se sabe que la velocidad límite debe ser 128 pies/seg, encuentra:

- a. Una expresión para la velocidad del cuerpo en cualquier momento t.
- b. Una expresión para la posición del cuerpo al tiempo t.

**Segunda parte**

II.1 Resuelve el siguiente PVI.

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 6\frac{dy}{dt} + 34y = 0; y(0) = -1, y'(0) = 12$$

II.2\* (20%) Usando el método de coeficientes indeterminados, encuentra la solución general de la ecuación diferencial

$$3\frac{d^2y}{dt^2} + 24\frac{dy}{dt} + 60y = 765e^{5t} + 720$$

II.3\* (20%) Calcula la solución general de la siguiente ecuación diferencial

$$y'' + 3y' + 2y = \operatorname{Sen} t$$

II.4 Sea la solución  $y_1(t) = \frac{e^t}{t}$ , calcula la solución general de la ecuación diferencial  $ty'' + 2y' - ty = 0$

**Tercera parte**

III.1\* (20%) Una masa de 40 g estira un resorte 10 cm. Un mecanismo de amortiguación comunica un resistencia al movimiento numéricamente igual a 560 veces la velocidad instantánea.

- a) Encuentra la ecuación del movimiento si la masa se suelta desde la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia abajo de 2 cm/s.
- b) Calcule los tiempos en que la masa pasa por el punto de equilibrio.
- c) Determina si se presenta en el mecanismo el fenómeno de la resonancia

III.2 Un circuito simple en serie tiene un inductor de 1 henry, un capacitor de  $10^{-6}$  farads y un resistor de 1000 ohms. La carga inicial del capacitor es cero. Si se conecta el circuito a una batería de 12 volts y se cierra su interruptor en el tiempo  $t = 0$ , halla la carga del capacitor un segundo más tarde, y también la carga de estado estacionario.