NOTA: El examen global consiste de las preguntas marcadas con *. Si presentas una parte, el examen comprende todos los ejercicios de esa parte.

Primera parte

I.1. Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales

I.1.1*(10%) $t\frac{dy}{dt}+3y=t^2;\ y(2)=2.3$

I.1.2* (15%)

$$\cos\left(t+y^2\right)-2t\,sen\left(t^2+y\right)+\left[2y\cos\left(t+y^2\right)-sen\left(t^2+y\right)\right]\frac{dy}{dt}=0$$

I.1.3 $2\frac{dy}{dt}=\frac{y}{t}-\frac{t}{y^2}$

I.2* (15%) Obtenga las trayectorias ortogonales de la familia de parábolas que se abren en la dirección del eje y, con vértice en (1, 2).

Segunda parte

II.1 Resuelve el siguiente PVI.

$$-2.25\frac{d^2y}{dt^2}-6.975\frac{dy}{dt}+47.52y=0;\ y(0)=2\ ,\ y'(0)=22.1$$

II.2* (20%) Usando el método de coeficientes indeterminados, encuentra la solución general de la ecuación diferencial

$$3\frac{d^2y}{dt^2}+24\frac{dy}{dt}+60y=765e^{5t}+720$$

II.3* (20%) Calcula la solución general de la siguiente ecuación diferencial

$t^2y''+ty'-9y=\frac{1}{t^7}$, sabiendo que $\left\{t^3,\frac{1}{t^3}\right\}$ forman un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial homogénea asociada

II.4 Sea la solución $y_1(t)=1$, calcula la solución general de la ecuación diferencial $\left(1-t^2\right)y''+2ty'=0$

Tercera parte

III.1* (20%) Una masa de 40 g estira un resorte 10 cm. Un mecanismo de amortiguación comunica un resistencia al movimiento numéricamente igual a 560 veces la velocidad instantánea.

a) Encuentra la ecuación del movimiento si la masa se suelta desde la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia abajo de 2 cm/s.

b) Calcule los tiempos en que la masa pasa por el punto de equilibrio.

c) Explica si se presenta en el mecanismo el fenómeno de la resonancia

III.2 Un circuito simple en serie tiene un inductor de 1 henry, un capacitor de 10^{-6} farads y un resistor de 1000 ohms. La carga inicial del capacitor es cero. Si se conecta el circuito a una batería de 12 volts y se cierra su interruptor en el tiempo $t=0$, halla la carga del capacitor un segundo más tarde, y también la carga de estado estacionario.